2020 年実施 長崎県公立高校入試

数学 B　解説

長崎県 大村市 永田学習塾

$\boxed{1}$

(1)

$(\sqrt{2}-1)^2-\sqrt{50}+\dfrac{14}{\sqrt{2}}$ を各項ごとに計算すると

$(\sqrt{2}-1)^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times 1+1^2=3-2\sqrt{2}$.

$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$.

$\dfrac{14}{\sqrt{2}}=\dfrac{14\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{14\sqrt{2}}{2}=7\sqrt{2}$.

よって

$(\sqrt{2}-1)^2-\sqrt{50}+\dfrac{14}{\sqrt{2}}=3-2\sqrt{2}-5\sqrt{2}+7\sqrt{2}=3$ …（答）

(2)

おとな 3 人の入館料の合計は　a 円×3 人分なので　$3a$ 円.

同様に子ども 4 人の入館料の合計は　$4b$ 円.

「人館料の合計は 3000 円より安い」と書いてあるので求める関係式は

$3a+4b<3000$ …（答）

(3)

$(x+y)^2+7(x+y)+12$ において　$x+y=A$　とすると

$$
\begin{aligned}
(x+y)^2+7(x+y)+12 &= A^2+7A+12\\
&=(A+3)(A+4)\\
&=(x+y+3)(x+y+4)
\end{aligned}
$$
…（答）

(4)

$$
\begin{aligned}
(x-2)(x+3)&=-2x\\
x^2+x-6&=-2x\\
x^2+3x-6&=0\\
x&=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times(-6)}}{2\times 1}\\
x&=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{2}
\end{aligned}
$$
…（答）

(5)

箱の中に赤玉がx個あったとする.

抽出した20個中4個が白玉だったので, 赤玉と白玉の個数の比は16 : 4である.

この比が箱の中の玉の個数の比にも当てはまるだろうと考えて式を立てると

$x : 100 = 16 : 4$.

これを解いて

$x = 400$.

赤玉はおよそ400個と考えられる. $\cdots$（答）

(6)

$\dfrac{2020}{n} = \dfrac{2^2 \times 5 \times 101}{n}$ が偶数となるのでnは素因数として 2^2 を持っていない.

ただし2は持ってもよいし持たなくてもよい.

よってnの素因数の候補は 2，5，105 の3つに絞られる.

この3つの組み合わせがnなので，それをを書きだすと

$n = 2，5，101，2 \times 5，2 \times 101，5 \times 101，2 \times 5 \times 101$

の7通りあり，$n = 1$ でもよいので n は合計8個ある. $\cdots$（答）

(7)

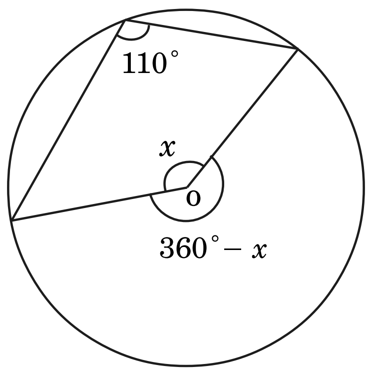
中心角は円周角の2倍だから

$360 - x = 110 \times 2$

これを解いて

$x = 140.$

よって∠xの大きさは140° $\cdots$（答）



(8)

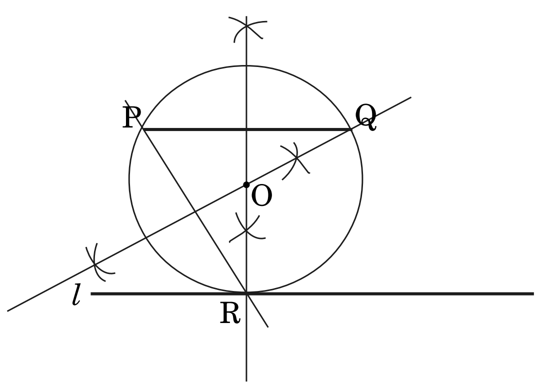
① 線分PQの垂直二等分線を引く.

② ①とlの交点をRとする.

③ PR（またはQR）の垂直二等分線を引く.

④ ①と③の交点が求める中心Oである.

＊円は描かなくてもよい



$\boxed{2}$

問１

(1)

出る目の数が同じになるのは(大, 小)の順で書きだすと（以下同様）

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

の 6 通りで, すべての目の出方は 36 通りあるので求める確率は

$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ $\cdots$（答）

(2)

（ア）

三角形ができないのは(1)の場合の 6 通りと, (1)以外で 1 の目が出る場合である.

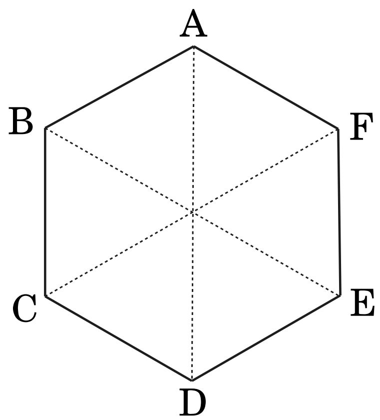
書き出すと

(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)
(2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1)

の 10 通り.

よって合計 16 通りなので求める確率は

$\dfrac{16}{36}=\dfrac{4}{9}$ $\cdots$（答）



（イ）

正六角形円に内接し, 直径に対する円周角は 90°である.

よって三角形の 1 辺は直径になる.

① AD が 1 辺の場合

できる直角三角形は△ABD，△ACD，△AED，△AFD の 4 つで

その場合の目の出方を書きだすと

(2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)

(4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6)

の 8 通り.

② BE が 1 辺の場合

できる直角三角形は△ABE で，その場合の目の出方を書きだすと

(2, 5), (5, 2)

の 2 通り.

③ CF が１辺の場合

できる直角三角形は△ACF で，その場合の目の出方を書きだすと

(3, 6), (6, 3)

の２通り.

①，②，③より直角三角形ができるのは

$8+2+2=12$ 通り.

よって求める確率は

$$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$$ ・・・（答）

問２

(1)

500 個中 80 個が 100 円のおにぎりだから, 相対度数は

$$\frac{80}{500}=0.16$$ ・・・（答）

価格(円)	個数(個)
100	80
120	155
150	75
180	105
200	85
合計	500

(2)

一番売れる物を見たほうがよいので, それに適するのは最頻値で, それが 120 円だから.　・・・（答）

問３

［ 証明 ］

n を整数とし，小さい奇数を $2n-1$ とすると，

大きい奇数は $2n+1$ だから, 大きい奇数の平方から小さい奇数の平方を引いた差は

$$(2n+1)^2-(2n-1)^2=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)$$

$$=8n$$.

n は整数より $8n$ は８の倍数.

よって、大きい奇数の平方から小さい奇数の平方を引いた差は８の倍数になる.　[終]

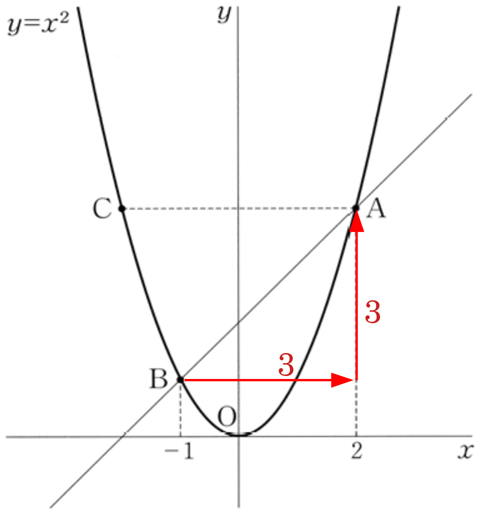
$\boxed{3}$

問 1

2 点 A, B は放物線 $y = x^2$ 上にあるのでそれぞれの座標は

$A(2, 2^2)$, $B(-1, (-1)^2)$.

つまり $A(2, 4)$, $B(-1, 1)$ である.



直線 AB の傾きは（グラフからも読み取れる）

$$\frac{4-1}{2-(-1)} = 1 \quad .$$

よって、求める直線を $y = x + b$ とおいて

点 A を代入すると

$4 = 2 + b$.

これを解いて

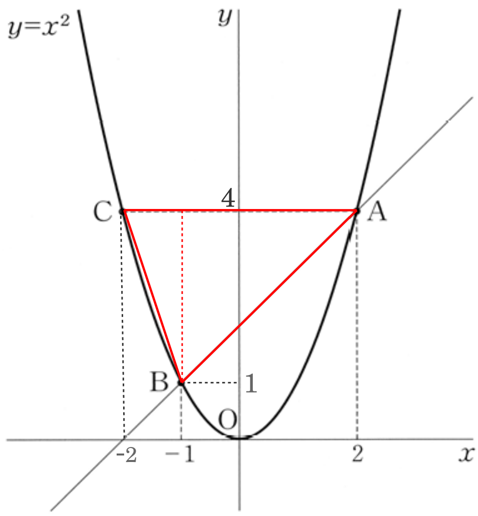
$b = 2$.

よって直線 AB の方程式は $y = x + 2$ ・・・（答）

問 2

点 A, C は y 軸に関して対象だから

$C(-2, 4)$ である.



△ABC の底辺を AC とすると $AC = 4$.

高さは点 A, 点 B の y 座標から $4 - 1 = 3$.

よって求める面積は

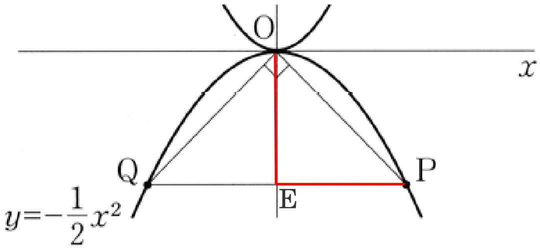
$$\triangle ABC = 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6 \quad \cdots（答）$$

問３

(1)

点Ｐの x 座標を t とすると，点Ｐの座標は $\left(t,-\dfrac{1}{2}t^2\right)$ と表わされる．

また、２点P, Q の y 座標が等しいので x 軸 // PQ となり，△OPQ は ∠POQ＝90°の直角二等辺三角形となる． ここでPQ と y 軸との交点を E とすると△OEP も∠OEP＝90°の直角二等辺三角形となる．



よって、EP＝OE となるので、 $t=\dfrac{1}{2}t^2$ が

成り立つ．（符号に注意）

これを解いて、 $t>0$ より $t=2$ ．

よって、求める点Ｐの座標は $(2,-2)$ ･･･（答）

(2)

直線AQ // 直線DC より、面積について

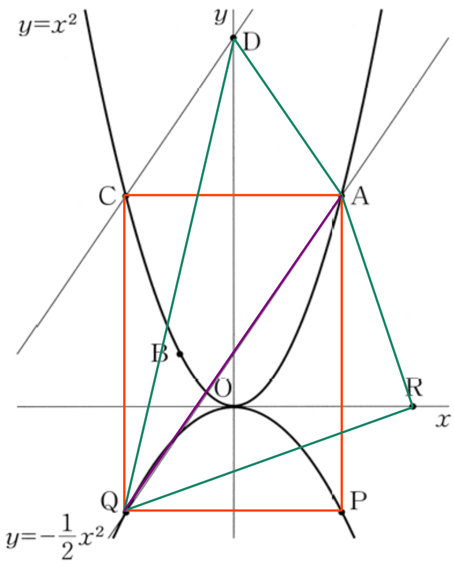
△ACQ＝△ADQ. ･･･ ①

四角形ACQPの面積と四角形ADQRの面積が等しくなることと①より

△AQP＝△AQR. ･･･ ②

②より AQ // RP.

よって、点Ｐを通り AQ に平行な直線と x 軸との交点が点Ｒである．



PR // AQ だから直線PR と直線AQ の傾きは等しい．

その傾きは A$(2,4)$，$Q(-2,-2)$ より

$$\frac{4-(-2)}{2-(-2)}=\frac{3}{2}\ .$$

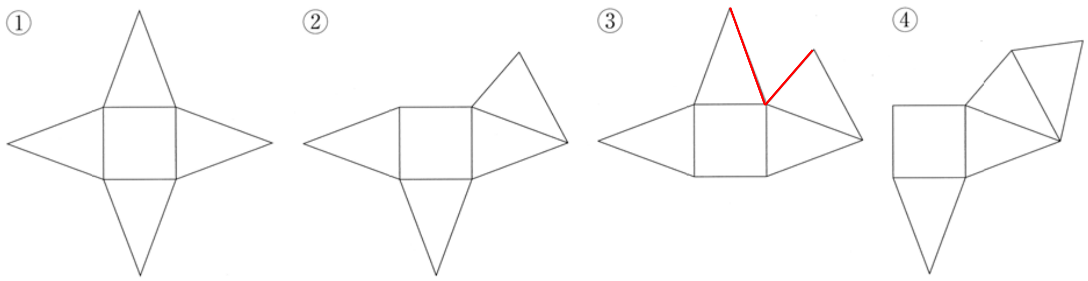
この傾きで点Ｐを通る直線は（問１のように解くと）

$$y=\frac{3}{2}x-5\ .$$

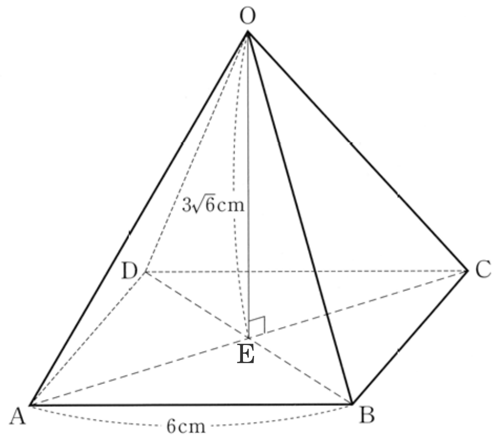
$y=0$ とおくと $x=\dfrac{10}{3}$ なので、求める点Ｒの x 座標は $\dfrac{10}{3}$ ･･･（答）

$\boxed{4}$

問１　③ ・・・（答）（③の赤の部分重なるが，長さが合わない）



問２



体積＝底面 ABCD × 高さ × $\dfrac{1}{3}$ より

$6 \times 6 \times 3\sqrt{6} \times \dfrac{1}{3} = 36\sqrt{6}$.

$36\sqrt{6}\ \mathrm{cm}^3$　・・・（答）

問３

△ABC は∠B＝90°の直角二等辺三角形なので　$\mathrm{AB} : \mathrm{AC} = 1 : \sqrt{2}$　である.

よって　$\mathrm{AB} = 6$　であるから　$\mathrm{AC} = 6\sqrt{2}$.

AC と BD の交点を E とすると　$\mathrm{AE} = 3\sqrt{2}$　なので、△OAE において三平方の定理より

$$
\begin{aligned}
\mathrm{OA}^2 &= \mathrm{OE}^2 + \mathrm{AE}^2 \\
&= (3\sqrt{6})^2 + (3\sqrt{2})^2 \\
&= 72 .
\end{aligned}
$$

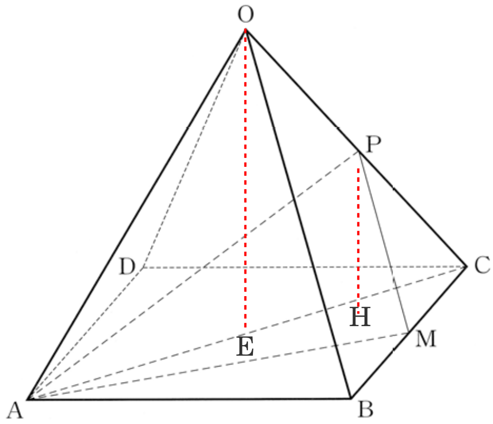
よって、　$\mathrm{OA} = 6\sqrt{2}$.

$\mathrm{OA} = \mathrm{OC} = \mathrm{AC} = 6\sqrt{2}$　より△OAC は④の正三角形. ・・・（答）

問 4

(1)

辺 BC の中点が M なので



$$\triangle \mathrm{ACM} = \frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}\left(6 \times 6 \times \frac{1}{2}\right) = 9 \quad .$$

△ACM を底面としたときの高さは点 P から AC へ下した垂線の長さになる.その垂線を PH とすると OE // PH より，△OEC で中点連結定理から

$$\mathrm{PH} = \frac{1}{2}\mathrm{OE} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{6} = \frac{3}{2}\sqrt{6} \quad .$$

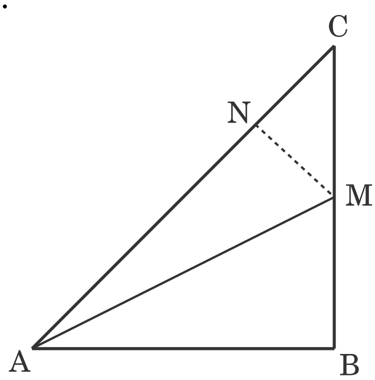
よって三角錐 PACM の体積は

$$9 \times \frac{3}{2}\sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \frac{9}{2}\sqrt{6} \quad \cdots（答）$$

(2)

平面 PAC ⊥ 平面 AMC より

M から AC に垂線 MN を下すとその長さが求める高さである.



$$\triangle\mathrm{ACM} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}\text{ より}$$

$$\triangle\mathrm{ACM} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) = 9 \,.$$

AC を底辺とした場合の△ACM の面積も 9 なので

$$\triangle \mathrm{ACM} = \frac{1}{2} \times \mathrm{AC} \times \mathrm{MN} = 9$$

$$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times \mathrm{MN} = 9 \quad .$$

これを解いて

$$\mathrm{MN} = \frac{3}{2}\sqrt{2} \quad .$$

◇

よって, 三角錐 PACM の高さは $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ cm $\cdots$（答）

＊参考（三角錐 PACM の体積から求めることもできる）

$\boxed{5}$

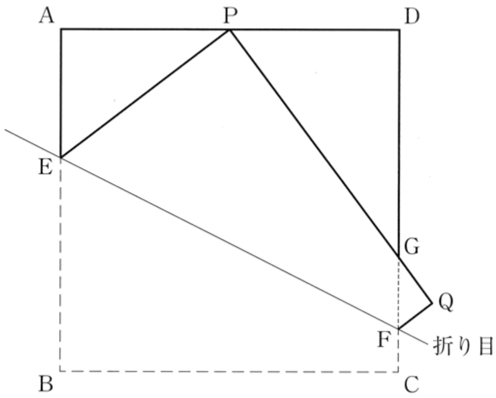
問１

(1)

$\mathrm{BE} = \mathrm{AB} - \mathrm{AE}$　より

$\mathrm{BE} = 8 - x$　$\cdots$（答）

1 辺が 8cm の正方形 ABCD



(2)

EB＝EP と△AEP で三平方の定理より

$\mathrm{EP}^2 = \mathrm{AE}^2 + \mathrm{AP}^2$

$(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$

整理すると　x^2　は消えて

$16x = 48$

$x = 3$　$\cdots$（答）

問２

[証明]

∠EPQ＝90°より

∠APE ＋ ∠GPD＝90° ･･･①

△APE は直角三角形だから

∠APE ＋ ∠PEA＝90° ･･･②

①、②より

∠PEA ＝∠GPD ･･･③

△APE と△DGP において

∠EAP ＝∠PDG（正方形の内角）･･･④

③、④より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△APE ∽ △DGP.　　[終]

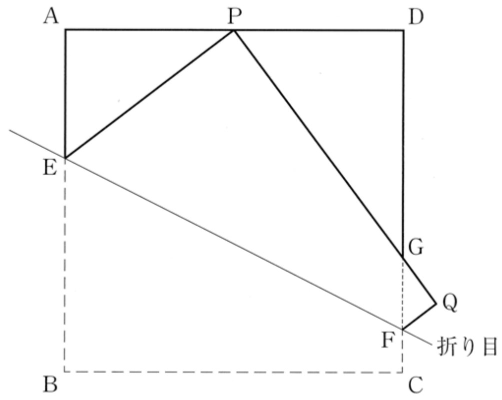
問３

△DGP と△QGF において

∠PDG＝FQG（正方形の内角）

∠PGD＝FGQ（対頂角）

２組の角が等しいので　△DGP∽△QGF.



問２より△APE ∽ △DGP であるから

△APE ∽ △DGP∽△QGF.

△APE の３辺の比は AE：PA：EP＝3：4：5 であるから，他の三角形の辺の比も 3：4：5 である．

△DGP において DP＝4 と DP：PG＝3：5 より

4：PG＝3：5

これを解いて　$PG = \dfrac{20}{3}$ ．

これと、PQ＝8 より、　$GQ = 8 - \dfrac{20}{3} = \dfrac{4}{3}$ ．

△QGF において FQ：GQ＝3：4 なので

$FQ : \dfrac{4}{3} = 3 : 4$

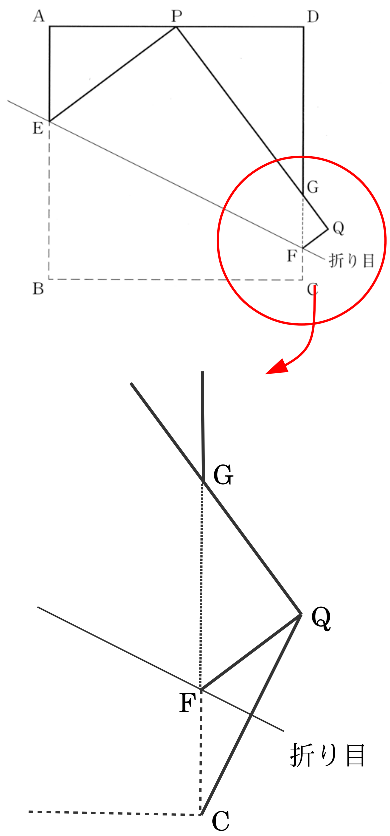
これを解いて FQ＝1 ･･･（答）

問４

△QGF において FQ：GF＝3：5 で FQ＝1 より

1：GF＝3：5

これより　$GF = \dfrac{5}{3}$ ．



△CFQ と△GFQ の底辺をそれぞれ CF、GF とするとこの２つの三角形の高さは等しいので、面積の比は底辺の比になる．

よって面積比について

$\triangle CFQ : \triangle GFQ = CF : GF = 1 : \dfrac{5}{3}$ ．

$\triangle GFQ = \dfrac{1}{2} \times 1 \times \dfrac{4}{3} = \dfrac{2}{3}$　なので

$\triangle CFQ : \dfrac{2}{3} = 1 : \dfrac{5}{3}$ ．

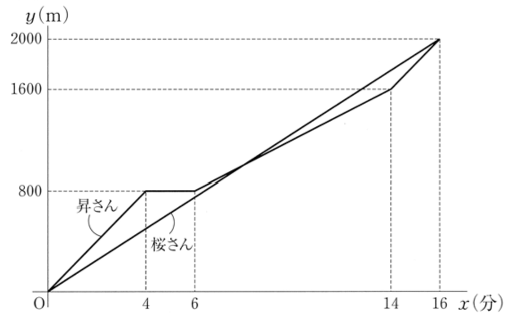
これを解いて

$\triangle CFQ = \dfrac{2}{5}$　･･･（答）

6

問１

図２のグラフ（4～6 分の間）より２分間.･･･（答）



問２

図２のグラフより桜さんは 16 分で 2000m 進んでいるので，その速さは $2000 \div 16 = 125$.

分速 125m ･･･（答）

問３

スタートしてから x 分後に

昇さんは $800 + 100(x - 6)$ m

桜さんは $125x$ m

進む.

追いついたときの２人の進んだ距離は等しいので

$800 + 100(x - 6) = 125x$.

これを解いて

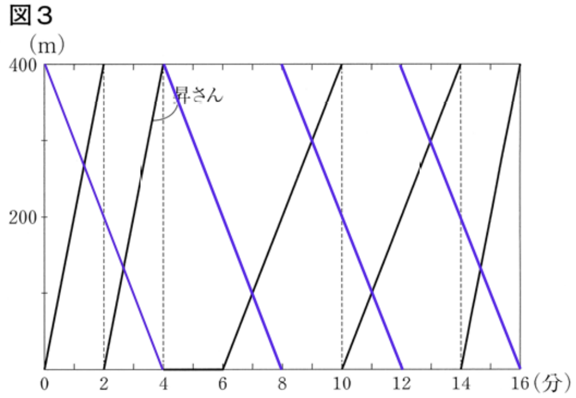
$x = 8$.

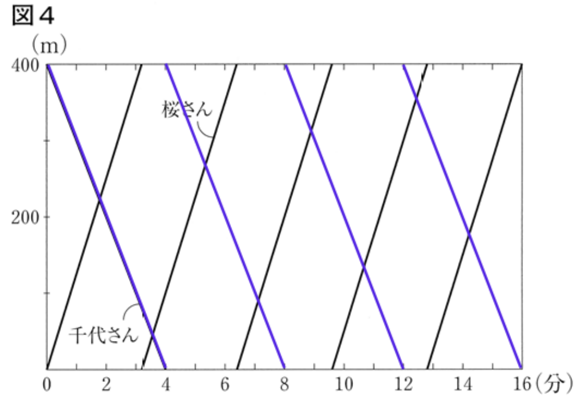
8 分後 ･･･（答）

＊参考（2 人のグラフの直線の式をだして交点を求めてもよい）

問 4

(1) 図 3, 図 4 に千代さんの線を書き入れてルールに注意して交点を数えると

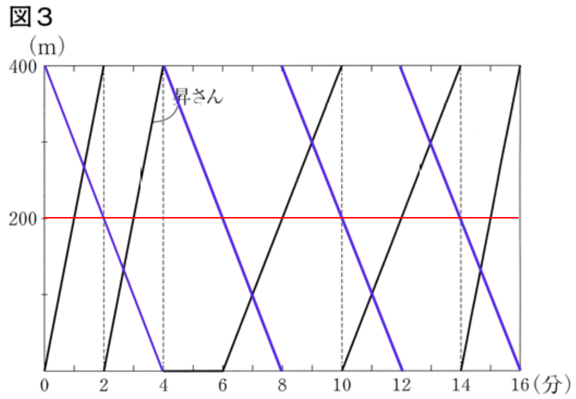


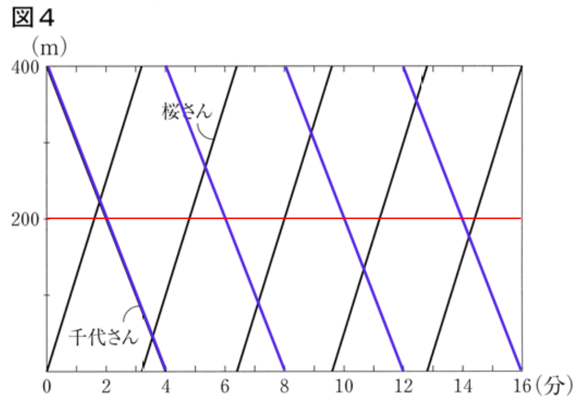


昇さんと 8 回、桜さんと 8 回の計 16 回である.
(図 3 の 4 分後は 1 回と数える)

16 回 ･･･(答)

(2) グラフの下半分の部分だけ数えるとよい.





昇さんと 5 回、桜さんと 4 回の計 9 回である.

9 回 ･･･(答)