2021年実施　長崎県公立高校 後期試験 数学

1 次の(1)〜(10)に答えなさい.

(1) $(3^2-1)\div(-2)$ を計算せよ.

(2) $\sqrt{45}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$ を計算せよ.

(3) y は x に反比例し, $x=4$ のとき, $y=8$ である.　$x=2$ のとき, y の値を求めよ.

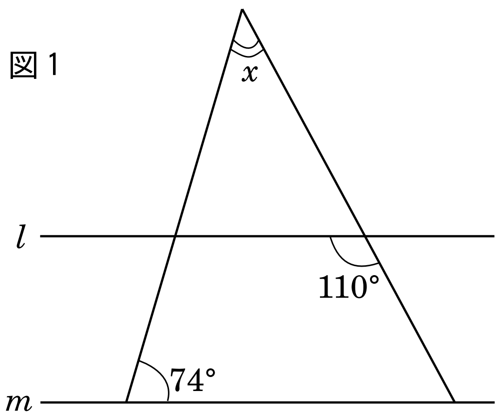
(4) 30個のおにぎりを x 人4個ずつに配ると, y 個足りない.　この数量の間の関係を等式で表せ.

(5) 連立方程式 $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 3x-4y=17 \end{cases}$ を解け.

(6) 2次方程式 $(x-2)^2-5=0$ を解け.

(7) 図1において, $l \,/\!/\, m$ のとき, $\angle x$ の大きさを求めよ.

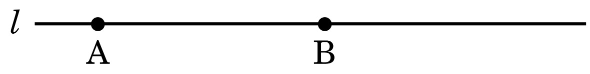
図1



(8) 2021の各位の数 2, 0, 2, 1 の和を求めると5になる.
このように, 各位の数の和が5である4桁の自然数のうち,
大きい方から数えて5番目の自然数を求めよ.

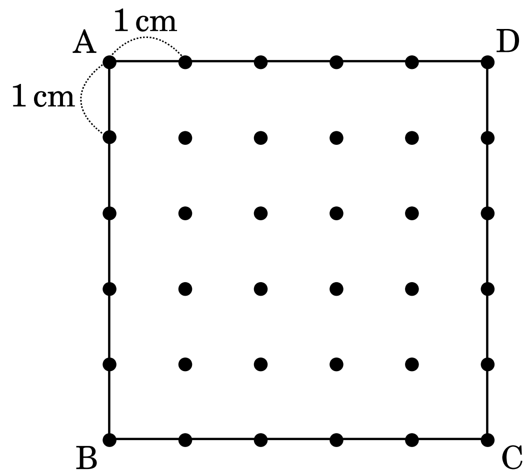
(9) 図 2 のように, 直線 l 上に 2 点 A, B がある． △ABC が∠ABC＝90°の直角二等辺三角形となるような頂点 C の 1 つを, 定規とコンパスを用いて解答用紙の図 2 に作図して求め, その位置を点●で示せ． ただし, 作図に用いた線は消さずに残しておくこと.

図 2



(10) 図 3 のように, 正方形 ABCD の周上と内部に, 点●が縦, 横 1 cm の間隔で並んでいる. 4 つの点●を頂点とする正方形を作るとき, 面積が 10 cm^2 となる正方形の 1 つを, 解答用紙の図 3 に作図せよ.

図 3



2　次の問いに答えなさい.

問１　表は, ある中学校の１年生 20 人と２年生 25 人について, 夏休みに読んだ本の冊数を調べ, その結果を冊数別にまとめたものである.　なお, １年生の相対度数と２年生の度数は空欄にしてある.　また, 相対度数は正確な値であり, 四捨五入などはされていないものとする.　このとき, 次の(1)～(3)に答えよ.

表

冊数（冊）	１年生		２年生	
	度数（人）	相対度数	度数（人）	相対度数
0	0			0.04
1	1			0.20
2	4			0.16
3	7			0.24
4	2			0.20
5	6			0.16
合計	20	1.00	25	1.00

(1) １年生 20 人の中で, 3 冊読んだ生徒の相対度数を求めよ.

(2) １年生 20 人が読んだ本の冊数の平均値を求めよ.

(3) １年生と２年生を比較したとき, 次の①～④の中から正しいものすべて選び, その番号をかけ.

①　2 冊読んだ生徒の相対度数は１年生の方が大きい.

②　4 冊以上読んだ生徒の人数は１年生の方が多い.

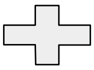
③　最頻値（モード）は１年生の方が大きい.

④　１年生と２年生の中央値（メジアン）は等しい.

問２　桜さんと昇さんと先生は, 図のようなカレンダーを見ながら,  で囲まれた５つの数について話をしている.
３人の会話を読んで, あとの(1)～(3)に答えよ.

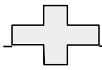
図

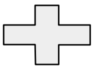
日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

桜さん： で囲まれた５つの数のうち, 中央の数が８のとき, 中央以外の４つの数の和は１+７+９+15 で 32 になっているよ.

昇さん：中央の数が８でないとき, 中央以外の４つの数の和はどうなるのかな.

桜さん：中央の数が （ア） のとき, 中央以外の４つの数の和は 44 になっているよ.

先　生：実は,  で囲まれた５つの数のうち, 中央以外の４つの数の和は必ず４の倍数になります. このことを次のようにして, 証明してみましょう.

〈証明〉  で囲まれた５つの数を，小さい方から順に a, b, c, d, e とする． また，中央以外の４つの数の和をＰとすると，
Ｐ＝ $a + b + d + e$ である．

このあとは, a, b, c, d, e のうち１つを x とおいて進めていきましょう.

昇さん：続きは, 私がやってみます. a, b, c, d, e のどれを x とおいても証明できますが, 私は （イ） を x とおいて証明します.

（〈証明〉の続き）
（イ） を x とおくと，残りの４つの数は x を用いて，小さい方から順に （ウ） ，（エ） ，（オ） ，（カ） と表される．
このとき，Ｐは

（キ）

したがって，中央以外の４つの数の和は４の倍数になる．

先　生：その通りです. よくできましたね.

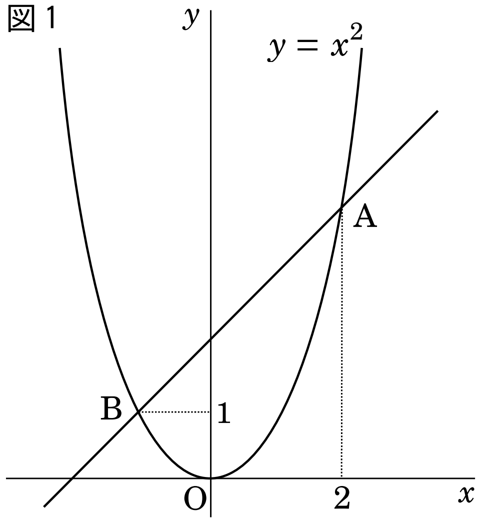
(1) （ア） にあてはまる数を求めよ.

(2) （イ） に a, b, c, d, e の中から１つ選んで書き, そのとき （カ） にあてはまる数を x を用いて表せ.

(3) 下線部で示した内容の〈証明〉の一部を （キ） に書き入れて,〈証明〉を完成させよ.
ただし, 解答用紙の「Ｐ＝」に続けて書くこと.

3 図 1, 図 2 のように, 関数 $y = x^2$ のグラフ上に, x 座標が 2 である点 A と, y 座標が 1 である点 B がある. 原点を O として, 次の問いに答えなさい. ただし, 点 B の x 座標は負とする.

図 1



問 1 点 A の y 座標を求めよ.

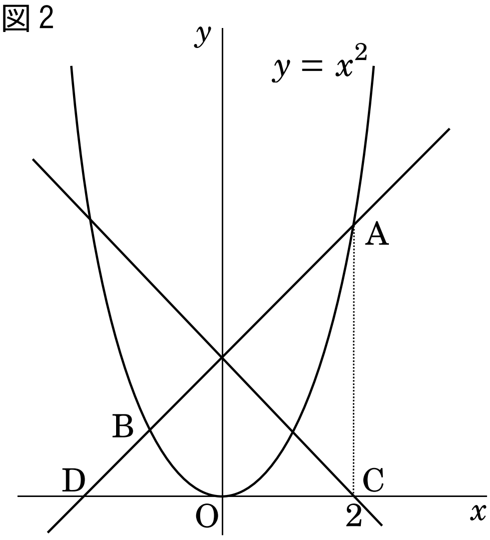
問 2 直線 AB の式を求めなさい.

問 3 関数 $y = x^2$ について, x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のときの y の変域を求めよ.

問 4 △OAB の面積を求めよ.

問 5 図 2 のように, 点 A から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を C とし, 直線 AB と x 軸との交点を D とする. また, 点 C を通り, 傾きが -1 である直線上に点 P をとる. △APD の面積が $4\sqrt{2}$ となるとき, 点 P の x 座標を全て求めよ.

図 2



4 図1は, 底面の円の半径が3 cm, 高さが4 cm の円柱である. また, 図2は, 底面の円の半径が2 cm, 高さが4 cm の円錐である. このとき, 次の問いに答えなさい.

問1 図1において, 円柱の側面積は何 cm^2 か.

問2 図2において, 円錐の体積は何 cm^3 か.

問3 図1の円柱を透明な容器Aとし, 図2の円錐を鉄でできたおもりBとする. この容器Aを底面が水平になるように置き, 水をいっぱいになるまで注いだ. その後, おもりBを, 底面を水平に保ったまま容器Aの水の中に静かに沈めていく. 図3のように, おもりBの底面から水面までの高さが2 cm となったとき, あふれた水の体積は何 cm^3 か. ただし容器Aの厚さは考えないものとする.

問4 図3の状態から, おもりBを, 底面を水平に保ったまま容器Aの水の中から静かに引き上げると水面が下がり, 図4のように, おもりBの底面から水面までの高さが1 cm となった. このとき, 容器Aの下の底面から水面までの高さは何 cm か. ただし容器Aの厚さは考えないものとする.

図1

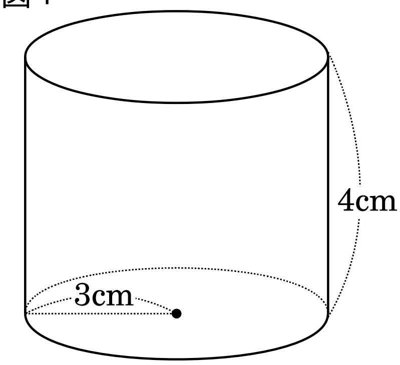


図2

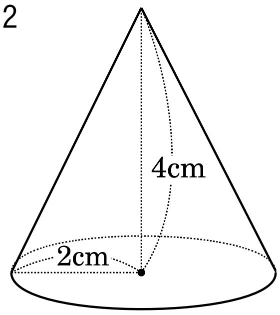


図3

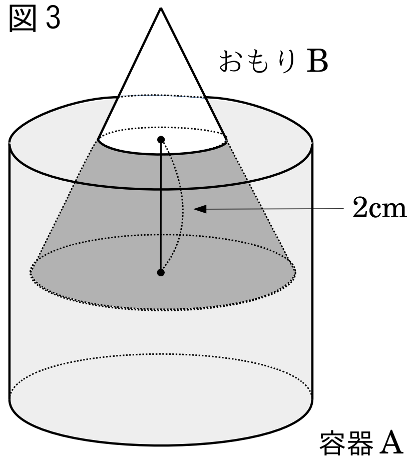
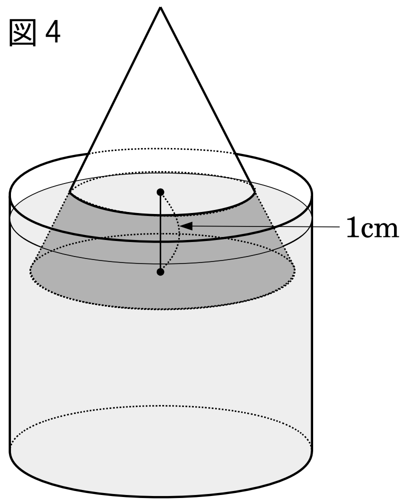
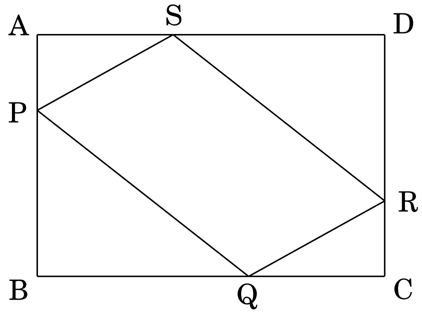


図4



5　図1～図4のように, 長方形ABCDがあり, 辺AB上に点Pを, 辺CD上に点Rを, AP＝CRとなるようにとる．さらに, 辺BC上に点Qを, 辺AD上に点Sを, 四角形PQRSが平行四辺形となるようにとる．このとき, 次の問いに答えなさい．

図1



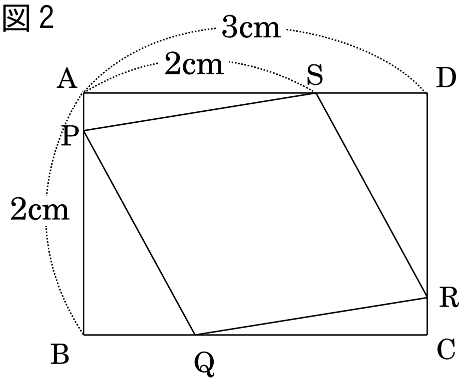
問1　図1の平行四辺形PQRSは, どのような条件が加わるとひし形になるか．次の①～④の中から1つ選び, その番号を書け．

① ∠P＝∠Q
② PQ ⊥ PS
③ PR＝QS
④ PQ＝PS

問2　図1において, △APS ≡ △CRQであることを証明せよ．

問3　図2のようにAB＝2 cm, AD＝3 cmとする．四角形PQRSがひし形となり, AS＝2 cmのとき, 線分APの長さは何cmか．

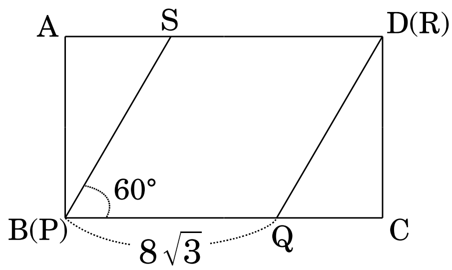
図2



問4　図3, 図4のように, 点P, Rをそれぞれ点B, Dと一致するようにとる．四角形PQRSがひし形となり，$PQ = 8\sqrt{3}$ cm ，$\angle SPQ = 60°$ のとき, 次の(1), (2)に答えよ．

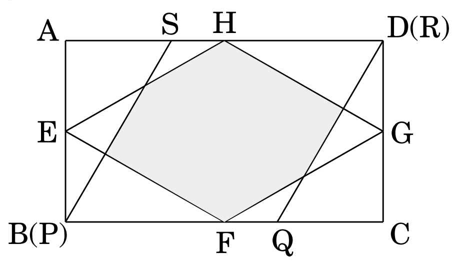
(1) 辺ABの長さは何cmか．

図3

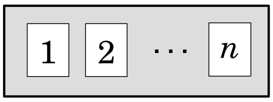


(2) 図4のように, 長方形ABCDの辺AB, BC, CD, DAの中点をそれぞれE, F, G, Hとすると四角形EFGHはひし形となる．このとき, ひし形PQRSとひし形EFGHが重なった部分（図4の　　　で示した部分）の面積は何cm^2か

図4



6 図1のように, 机の上に1からnの数字が1つずつ書かれたn枚のカードがある. 令子さんと和男さんが次のルールにしたがってゲームを行う.

図1


ルール

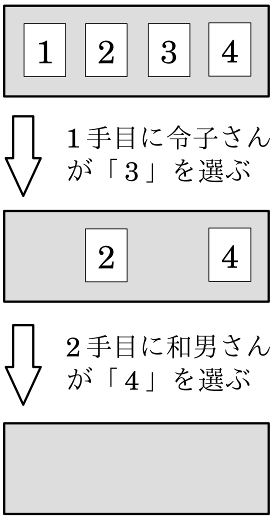
① 机の上にあるカードに書かれた数字の中から1つ選び, 選んだ数の約数が書かれたカードをすべてとる.

② 最初に, 令子さんが①を行う（1手目）. 次に, 残ったカードについて, 和男さんが①を行う（2手目）. 以下, 机の上にカードがなくなるまで, 3手目に令子さん, 4手目に和男さん, 5手目に令子さん, …のように, 2人が交互に①を行う.

③ 最後のカードをとったほうを勝ちとする.

例えば$n=4$のとき, 図2のように, 1手目に令子さんが「3」を選ぶと, 令子さんは$\boxed{1}$と$\boxed{3}$のカードをとり, 2手目に和男さんが「4」を選ぶと, 和男さんは$\boxed{2}$と$\boxed{4}$のカードをとるので和男さんの勝ちとなる.

このとき, 次の問いに答えなさい.

図2


問1 $n=3$のとき, 令子さんの勝ち負けは下の［　　］のようになる. $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に「勝ち」,「負け」のいずれかを書け.

1手目に令子さんが「1」を選べば令子さんの$\boxed{\text{ア}}$,「2」を選べば令子さんの$\boxed{\text{イ}}$,「3」を選べば令子さんの$\boxed{\text{ウ}}$である.

問2 $n=5$のとき, 令子さんが必ず勝つには, 1手目に令子さんは何を選べばよいか. 選ぶ数字を1つ答えよ.

問3 $n=7$のとき, 次の(1)～(3)に答よ.

(1) 1手目に令子さんが「2」を選び, 2手目に和男さんが「4」を選んだとき, 令子さんが必ず勝つためには, 3手目に令子さんは何を選べばよいか. 選ぶ数字を1つ答え, その理由を説明せよ.

(2) 1手目に令子さんが「4」を選んだとき, 2手目に和男さんが「3」を選ぶと, 3手目に令子さんが何を選んでも令子さんは必ず勝つが, 2手目に和男さんが「6」を選ぶと, 3手目に令子さんが何を選んでも和男さんは必ず勝つ. このように2手目に和男さんが何を選ぶかによって, 令子さんが必ず勝ったり, 和男さんが必ず勝ったりすることがある.

それでは, 1手目に令子さんが「3」を選んだとき, 和男さんが必ず勝つためには, 2手目に和男さんは何を選べばよいか. 選ぶ数字を1つ答よ.

(3) このゲームにおいて, 令子さんが最初から適切に数字を選んでいけば, 和男さんがどのように数字を選んでも, 令子さんは必ず勝つことができる．令子さんが必ず勝つためには, 1手目に令子さんは何を選べばよいか．選ぶ数字を 1 つ答よ．