2021年実施 長崎県公立高校入試

数学 後期　解説

長崎県 大村市 永田学習塾

1

(1) $(3^2-1)\div(-2)=(9-1)\div(-2)=8\div(-2)=-4$ …（答）

(2) $\sqrt{45}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}-\dfrac{10\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}=\sqrt{5}$ …（答）

＊有理化のかわりに $\dfrac{10}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\times5}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$ のように約分してもよい.

(3) y は x に反比例するので $y=\dfrac{a}{x}$ とおくと $x=4$ のとき $y=8$ なので $8=\dfrac{a}{4}$.

この方程式を解いて $a=32$. よって反比例の式は $y=\dfrac{32}{x}$.

この式に $x=2$ を代入して

$y=\dfrac{32}{2}=16$.

$y=16$ …（答）

[別解]

y は x に反比例するので積 xy は一定である.

よって $8\times4=y\times2$. この方程式を解いて $y=16$ …（答）.

(4)「30 個のおにぎりを x 人 4 個ずつに配ると, y 個足りない。」

必要なおにぎりの個数は「x 人 4 個ずつに配る」ことから $4x$ 個である.

実際の「30 個のおにぎり」は, この $4x$ 個より「y 個足りない」のでこの数量の間の関係式は $4x-y=30$ となる.

$4x-y=30$ …（答）

(5) $\begin{cases} x+2y=-1 & \cdots ① \\ 3x-4y=17 & \cdots ② \end{cases}$

①×2＋②より

$$\begin{array}{rrcl} & 2x+4y & = & -2 \\ +) & 3x-4y & = & 17 \\ \hline & 5x & = & 15 \\ & x & = & 3 \end{array} .$$

$x=3$ を①に代入して

$$\begin{aligned} 3+2y &= -1 \\ 2y &= -4 \\ y &= -2 \end{aligned} .$$

$x=3,\ y=-2$ ⋯（答）

(6) $(x-2)^2-5=0$

$$\begin{aligned} (x-2^2) &= 5 \\ x-2 &= \pm\sqrt{5} \\ x &= 2\pm\sqrt{5} \end{aligned}$$ ⋯（答）

(7) 図を参照

同位角から74° ⋯①

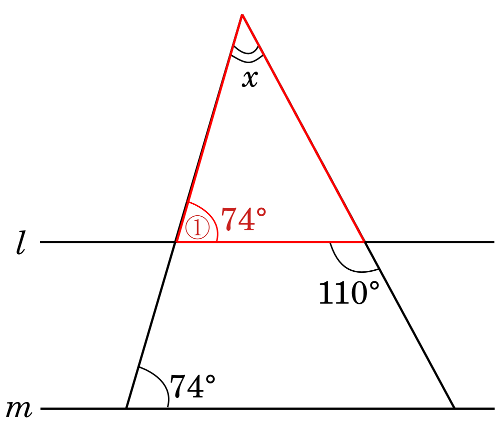
「三角形の１つの外角は, それと隣り合わない内角の和に等しい」ので

赤枠の三角形に注目して

$x+74=110$.

これを解いて $x=36$.

$\angle x$ の大きさは36° ⋯（答）



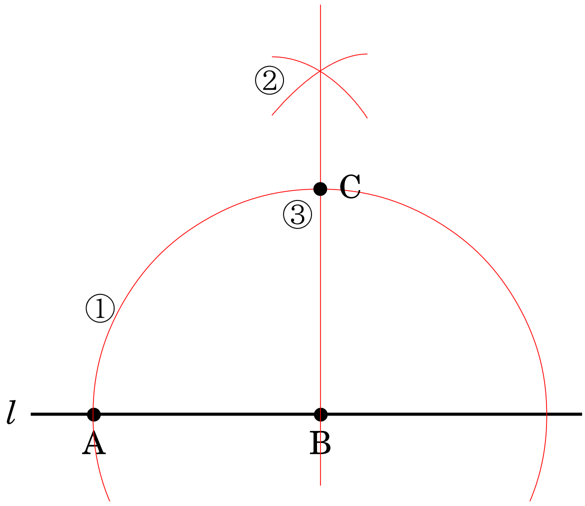
(8) 問題の通り各桁足して5になるような数を大きい方から書き出すと

① 5000
② 4100
③ 4010
④ 4001
⑤ 3200 ･･･（答）

(9) △ABCは∠ABC＝90°の二等辺三角形なのでAB＝BCである．

[作図手順]

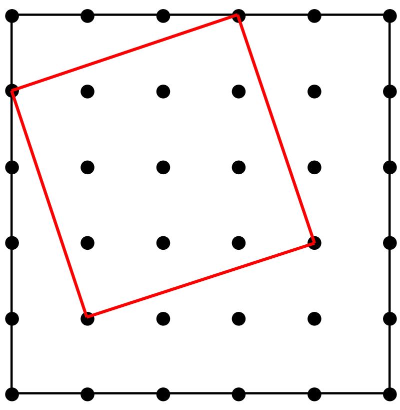
① 点Bを中心とする半径ABの円を描く
② ①を利用して点Bを通る垂線を引く
③ ①と②の交点がC



(10)

① 作図したい正方形の面積が10なので，この正方形の1辺の長さは $\sqrt{10}$ である．
② 縦横に●を結んでも $\sqrt{10}$ はできないので斜めに引くことになる．
③ 三平方の定理を利用して $\sqrt{10}$ を作る．

$1^2 + 3^2 = 10$ （10は $\sqrt{10}^{\,2}$ ）



2

問１

(1) 1 年生 20 人のうち 3 冊読んだ生徒は 7 人なので, その相対度数は

$\dfrac{7}{20} = 0.35$ ・・・（答）

(2) 1 年生が読んだ本の冊数の合計は表より

$1 \times 1 + 2 \times 4 + 3 \times 7 + 4 \times 2 + 5 \times 6 = 68$ 冊なので平均は

$\dfrac{68}{20} = 3.4$ 冊 ・・・（答）

(3)

① ○ 2 冊読んだ人の相対度数は 1 年生が 0.2, 2 年生が 0.16.

② × 4 冊以上読んだ人は 1 年生が 8 人, 2 年生が $25 \times 0.36 = 9$ 人.

③ × 最頻値は 1 年生も 2 年生も同じで 3 冊.

④ ○ 中央値は 1 年生も 2 年生も同じで 3 冊.

（ 3 冊の度数が 1 年生は 6 人から 12 人目までで, 2 年生が相対度数で 0.40 より多く 0.64 以下だから）

①と④が正しい ・・・（答）

問２

(1) 11 ・・・（答）

(2) （イ）c を x とおくと, 他は表のようになる.

	（ウ） a	
（エ） b	（イ） c	（オ） d
	（カ） e	

	$x-7$	
$x-1$	x	$x+1$
	$x+7$	

（イ）を c とすると（カ）は $x + 7$ になる ・・・（答）

(3) （キ）の内容は以下の通り.

$\mathrm{P} = (x-7) + (x-1) + (x+1) + (x+7) = 4x$

x は自然数なので $\mathrm{P} = 4x$ は 4 の倍数である.

3

問 1

A の x 座標が 2 なので, これを　$y = x^2$　に代入して

$y = 2^2 = 4$　・・・（答）

問 2

2 点 A(2, 4), B(−1, 1)を通る直線なので, 傾きは　$\dfrac{4-1}{2-(-1)} = 1$　.

求める直線を　$y = x + b$　とおくと, これが点 A(2, 4)を通るので

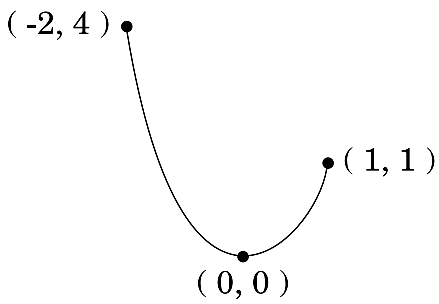
$4 = 2 + b$　となり, これを解いて　$b = 2$　.

よって, 求める直線の方程式は

$y = x + 2$　・・・（答）

問 3

x	-2	0	1
y	4	0	1



$-2 \leqq x \leqq 1$　のときグラフの頂点が
原点を通ることに注意すると, y の変域は

$0 \leqq y \leqq 4$　・・・（答）

問 4

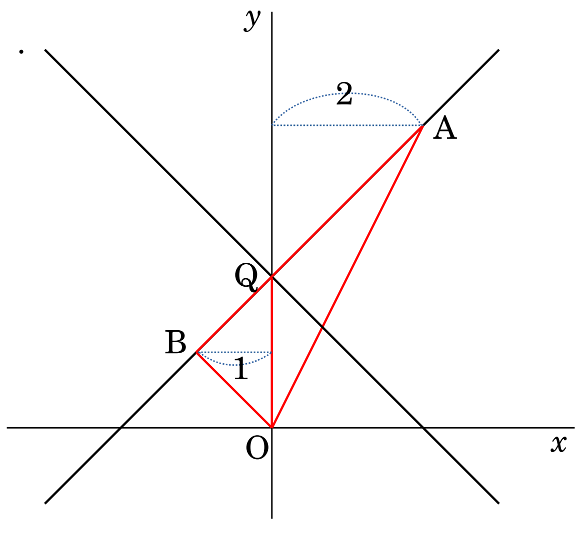
直線 AB と y 軸との交点を Q とすると Q(0, 2)より(直線 AB の切片)
OQ=2 となり, これを底辺として

$\triangle \mathrm{OBQ} = 2 \times 1 \times \dfrac{1}{2} = 1$,　$\triangle \mathrm{OAQ} = 2 \times 2 \times \dfrac{1}{2} = 2$　.

よって

$\triangle \mathrm{OAB} = \triangle \mathrm{OBQ} + \triangle \mathrm{OAQ} = 1 + 2 = 3$　.

△OAB の面積は 3 ・・・（答）



* 等積変形をして解く方法もある

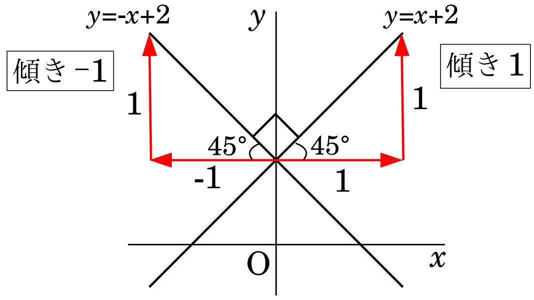
問５

直線ACは傾き-1で点Cを通るので，その方程式は　$y=-x+2$　である．

2直線　$y=x+2$，$y=-x+2$　は直交している（*右図参照）ので△APDの底辺をADとするとPQが高さとなる．

（右下図参照）

（一般には傾きの積が-1なら直交している）



△ADCは∠C＝90°の直角二等辺三角形なので

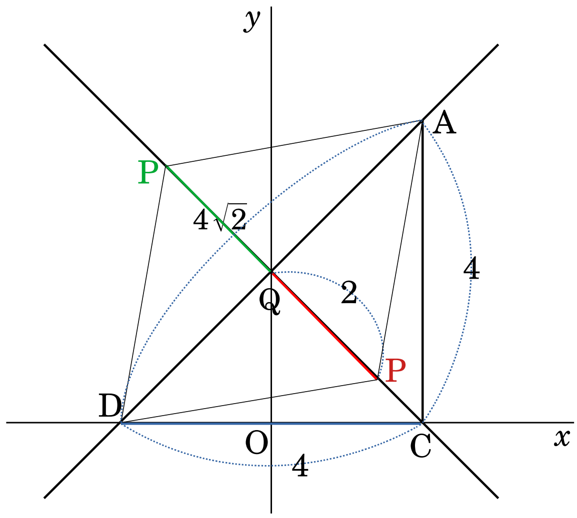
$\mathrm{AC}:\mathrm{AD}=1:\sqrt{2}$ ．

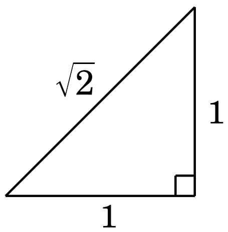
$\mathrm{AC}=4$　より　$4:\mathrm{AD}=1:\sqrt{2}$　を解いて

$\mathrm{AD}=4\sqrt{2}$ ．

面積が　$4\sqrt{2}$　であることから，

高さPQ＝2となる．

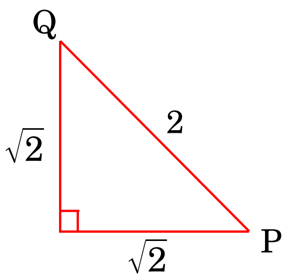




下図の赤枠のような**直角二等辺三角形**を作るとPQ＝2から他の辺の長さが　$\sqrt{2}$　と決まるので点Pのx座標の1つは　$\sqrt{2}$　である．

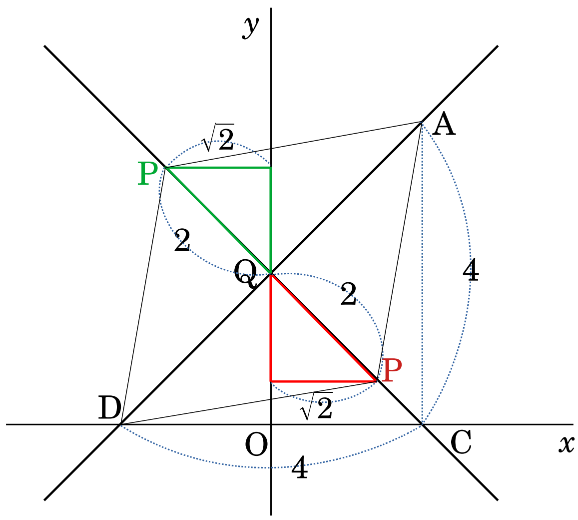
同様に緑枠の**直角二等辺三角形**より，もう1つの点Pのx座標は　$-\sqrt{2}$　である．

点Pのx座標は　$\sqrt{2}$　，　$-\sqrt{2}$　・・・（答）



$\sqrt{2}:\sqrt{2}:2=1:1:\sqrt{2}$

直角二等辺三角形の3辺の比

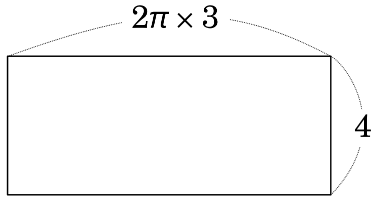


4

問１　側面の展開図は右図のような長方形となるので,
その面積は

$4 \times 6\pi = 24\pi$

$24\pi\ \mathrm{cm}^2$　…（答）



問２　底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$ より

$2 \times 2 \times \pi \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{16}{3}\pi$

$\frac{16}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$　…（答）

問３　おもりＢの沈んだ部分の体積が, あふれた水の体積である.
沈んでいない部分をＰ, 沈んでいる部分をＱとすると

問２より　$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = \frac{16}{3}\pi$　…①.

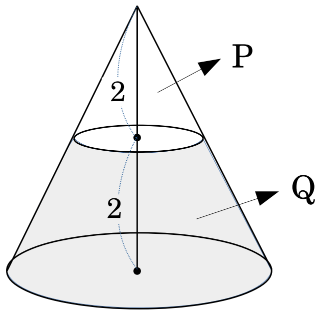


図２の円錐（P+Q）とＰは相似な図形であり,
その高さから相似比は２：１なので
体積比は　$\mathrm{P}+\mathrm{Q} : \mathrm{P} = 2^3 : 1^3 = 8 : 1$　.

これから　$\mathrm{P}+\mathrm{Q} : \mathrm{Q} = 8 : 7$　とわかるので
①の　$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = \frac{16}{3}\pi$　を代入して

$\frac{16}{3}\pi : \mathrm{Q} = 8 : 7$　を解いて

$Q = \frac{14}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$　.

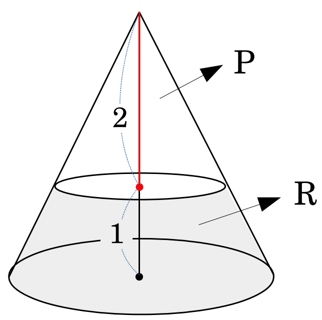
したがって, あふれた水の体積も　$\frac{14}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$　…（答）

問４　図３から図４の状態へ 1cm 引き上げられたおもり B 部分を R とすると,

円錐（P+R）と P は相似な図形であり, その高さから相似比は 3 : 2 なので

体積比は　$P + R : P = 3^3 : 2^3 = 27 : 8$　…②

また, 前問の　$Q = \dfrac{14}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$　より P の体積は



$$P = \frac{16}{3}\pi - \frac{14}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi\ \mathrm{cm}^2 \quad \cdots ③$$

②の　$P + R : P = 27 : 8$　から

$$R = \frac{19}{8}P \ .$$

③から

$$R = \frac{19}{8} \times \frac{2}{3}\pi = \frac{19}{12}\pi\ \ \mathrm{cm}^3 \ .$$

これが容器 A から減った水の体積であるから, 減った円柱部分の高さは, これを容器 A の底面積で割るとよいので

$$\frac{19}{12}\pi \div (3 \times 3 \times \pi) = \frac{19}{108} \ .$$

よって容器 A の下の底面から水面までの高さは

$$4 - \frac{19}{108} = \frac{413}{108} \ .$$

$\dfrac{413}{108}$ cm　…（答）

5

問１　ひし形とは「４辺が等しい四角形」のことである.

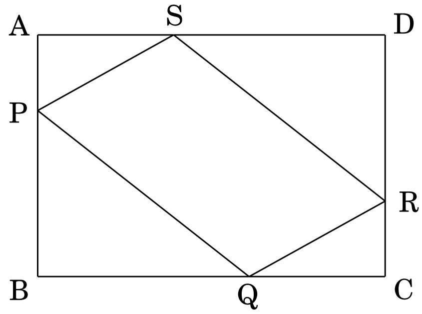
① ∠P＝∠Q　 長方形にはなるが, 必ずしもひし形になるとは言えないので ×
② PQ ⊥ PS　 ①と同じ理由で ×
③ PR＝QS　 ①と同じ理由で ×
④ PQ＝PS　「平行四辺形の対辺は等しい」と合わせて４辺が等しくなるので　○

④が正しい･･･（答）

問２

[証明]

△APS と△CRQ において



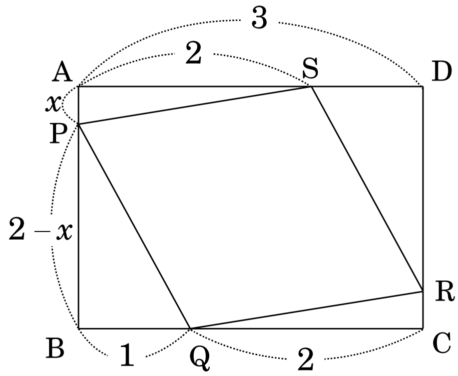
AP＝CR　･･･（仮定）
∠SAP＝∠QCR＝90°　･･･（長方形の１つの内角）
PS＝RQ　･･･（平行四辺形の対辺は等しい）

直角三角形において斜辺と他の一辺が等しいので
△APS ≡ △CRQ.

[証明終]

問３

問２から△APS ≡ △CRQ なので
AS＝CQ＝2.
AP＝x とおくと, AB＝2 なので
PB＝2−x.　（右図参照）



△APS において三平方の定理より

$$PS^2 = AP^2 + AS^2 = x^2 + 2^2 \quad \cdots ①$$

△BPQ においても三平方の定理より

$$PQ^2 = BP^2 + BQ^2 = (2 - x)^2 + 1^2 \quad \cdots ②$$

四角形 PQRS はひし形より　$PS = PQ$　なので　$PS^2 = PQ^2$　.
①②を代入して

$$x^2 + 2^2 = (2 - x)^2 + 1^2 \quad .$$

これを解いて　$x = \dfrac{1}{4}$　.

よって　$AP = \dfrac{1}{4}$　･･･（答）

問 4

(1) 四角形 PQRS はひし形より $PS = PQ = 8\sqrt{3}$.

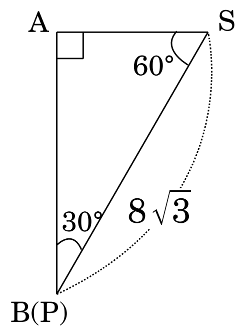
∠SPQ＝60°などの条件に注意すると△ABS は右図のようになる.

（B と P は同じ頂点を表している.　AB＝AP であることに注意）

内角が 90°, 60°, 30°の三角形は 3 辺の比が分かっていて

$AB : BS = \sqrt{3} : 2$ なので

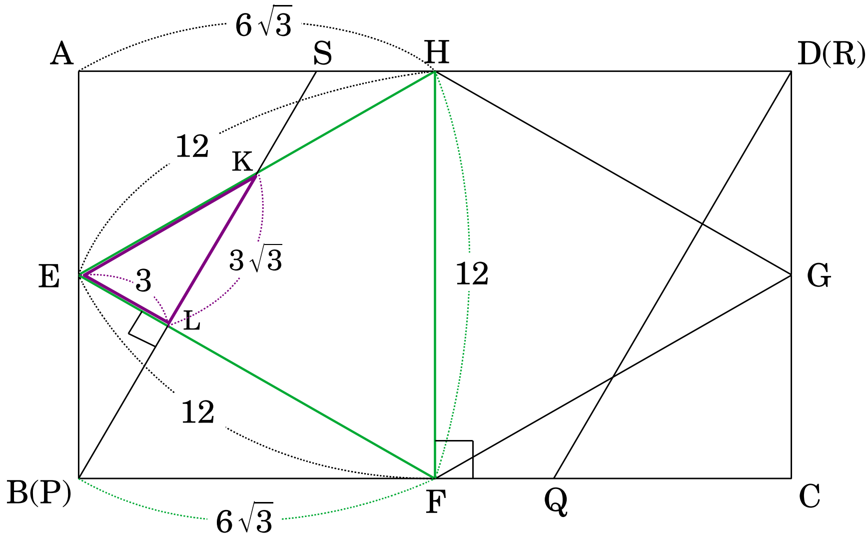
$$AB = \frac{\sqrt{3}}{2}BS = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12 .$$



$AB = 12$ ・・・（答）

(2) 条件や(1)の結果から下の図のようになる.（詳しい説明は後述）

△ASB, △AEH, △BEF, △BEL, △KEL は, いずれも 3 辺の比が $1 : 2 : \sqrt{3}$, 3 つの内角が 90°, 60°, 30°の直角三角形である



簡単に省略して説明すると, 求める面積の半分は△EFH から△KLE を引いたものである.

△EFH の底辺を HF とすると高さは BF と同じになるので

$$\triangle EFH = 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 36\sqrt{3} .$$

次に△KLE の面積を求めると, 底辺を KL, 高さを EL として

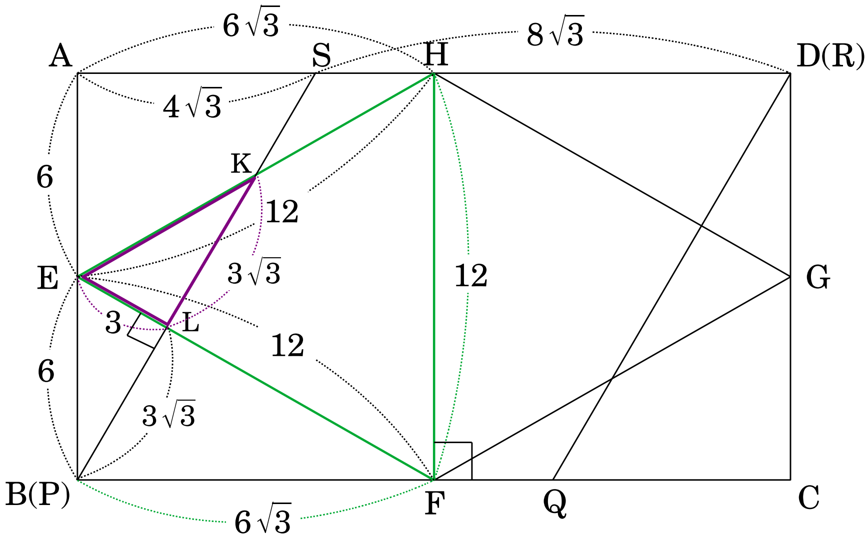
$$\triangle KLE = 3\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} .$$

よって求める面積は

$$(\triangle EFH - \triangle KLE) \times 2 = \left(36\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}}{2}\right) \times 2 = 63\sqrt{3} .$$

$63\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ ・・・（答）

[(2)の詳しい説明]



(1)より　$AB = 12$.

$\triangle$ABS の比から　$AS = 4\sqrt{3}$　と　$SD = BQ = 8\sqrt{3}$　より　$AD = BC = 12\sqrt{3}$.

よって　$AH = BF = 6\sqrt{3}$.

また$\triangle$AEH と$\triangle$BEF は　$AE = BE = 6$，$AH = BF = 6\sqrt{3}$，$\angle A = \angle B = 90^\circ$

なので，3 辺の比が　$1:2:\sqrt{3}$　の直角三角形である．

よって　$EH = EF = 12$，$\angle AEH = \angle BEF = 60^\circ$，$\angle AHE = \angle BFE = 30^\circ$.

さらに　$HF = AB = 12$　から$\triangle$EFH は正三角形となり　$\angle FEH = 60^\circ$.

次に線分 BS と線分 EH, 線分 EF との交点をそれぞれ K, L とする.

$\triangle$BEL において　$\angle BEL = 60^\circ$，$\angle EBL = 30^\circ$　より　$\angle BLE = 90^\circ$.

$EP = 6$　で 3 辺の比が　$1:2:\sqrt{3}$　であることから　$EL = 3,\ BL = 3\sqrt{3}$.

このことから$\triangle$BEL≡$\triangle$KLE（EL 共通で,どちらも 90°,60°を持つので 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい）よって　$KL = BL = 3\sqrt{3}$.

求める面積の半分は$\triangle$EFH から$\triangle$KLE を引いたものであるから

まず$\triangle$EFH の底辺を HF とすると, 高さは BF と同じになるので

$$\triangle EFH = 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 36\sqrt{3}$$

次に$\triangle$KLE の面積を求めると, 底辺を KL, 高さを EL として

$$\triangle KLE = 3\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

よって求める面積は

$$(\triangle EFH - \triangle KLE) \times 2 = \left(36\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}}{2}\right) \times 2 = 63\sqrt{3}$$

$63\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ ・・・（答）　　　*(気づけば面積の比などから求めることもできる）

6

問1　$n=3$ よりカードは 1, 2, 3.　以下の表より,

・令子さんが1手目に1を選んだ場合は令子さんの勝ち

手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	1	2, 3
②	和男	2 (3)	3 (2)
③	令子	3 (2)	勝

*{ ( )の数は( )どうしでつながっている}

・令子さんが1手目に2を選んだ場合は令子さんの負け

手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	2	3
②	和男	3	勝

・令子さんが1手目に3を選んだ場合は令子さんの負け

手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	3	2
②	和男	2	勝

（ア）勝ち　（イ）負け　（ウ）　負け　･･･（答）

問2　$n=5$ よりカードは 1, 2, 3, 4, 5.

試行錯誤すると, 以下の表のように最初に4を選ぶと必ず勝てる.

手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	4	3, 5
②	和男	3 (5)	5 (3)
③	令子	5 (3)	勝

4を選ぶ ･･･（答）

問３　$n=7$ よりカードは 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

(1) 以下の表のように選ぶと令子さんは必ず勝てる.

手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	2	3, 4, 5, 6, 7
②	和男	4	3, 5, 6, 7
③	令子	6	5, 7
④	和男	5 (7)	7 (5)
⑤	令子	7 (5)	勝

3 手目は 6 / 理由は表のとおり ･･･（答）

(2) 以下の表のように選ぶと和男さんは必ず勝てる.
表では③で 4 を選んでいるが, 残ったどの数を選んでも結果は同じ.
②で和男が 2 を選んだ時点で, 残りが約数関係でない数が偶数個なので勝ちが決定している.

手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	3	2, 4, 5, 6, 7
②	和男	2	4, 5, 6, 7
③	令子	4	5, 6, 7
④	和男	5	6, 7
⑤	令子	6	7
⑥	和男	7	勝

2 手目は 2 ･･･（答）

(3) 1 手目に 1 を選ぶとよい ･･･（答）

以下に手を示す.
令子さんが選んだ時点で, 「残りが約数関係でない数が偶数個ならば勝ちが決定する」ので表はそこまでしか書いていないことに注意.

②手目に 2 を選んだとき			
手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	1	2, 3, 4, 5, 6, 7
②	和男	2	3, 4, 5, 6, 7
③	令子	3	4, 5, 6, 7
④	和男		
⑤	令子		
③手目に 3 を選べば確実に勝てる			

②手目に 3 を選んだとき			
手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	1	2, 3, 4, 5, 6, 7
②	和男	3	2, 4, 5, 6, 7
③	令子	2	4, 5, 6, 7
④	和男		
⑤	令子		
③手目に 2 を選べば確実に勝てる			

②手目に 4 を選んだとき			
手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	1	2, 3, 4, 5, 6, 7
②	和男	4	3, 5, 6, 7
③	令子	6	5, 7
④	和男		
⑤	令子		
③手目に 6 を選べば確実に勝てる			

②手目に 5 を選んだとき			
手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	1	2, 3, 4, 5, 6, 7
②	和男	5	2, 3, 4, 6, 7
③	令子	7	2, 3, 4. 6
④	和男	2 (3) [4] < 6 >	3, 4. 6 (2, 4, 6) [3, 6] < 2, 4 >
⑤	令子	3 (2) [6] < 4 >	4, 6 (4, 6) [ ] [ ]
③手目に 7 を選べば確実に勝てる			

②手目に 6 を選んだとき			
手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	1	2, 3, 4, 5, 6, 7
②	和男	6	2, 4, 5, 7
③	令子	4	5, 7
④	和男		
⑤	令子		
③手目に 4 を選べば確実に勝てる			

②手目に 7 を選んだとき			
手	人	選んだ番号	残った番号
①	令子	1	2, 3, 4, 5, 6, 7
②	和男	7	2, 3, 4, 5, 6
③	令子	5	2, 3, 4, 6
④	和男	2 (3) [4] < 6 >	3, 4. 6 (2, 4, 6) [3, 6] < 2, 4 >
⑤	令子	3 (2) [6] < 4 >	4, 6 (4, 6) [ ] [ ]
③手目に 5 を選べば確実に勝てる			